Ю.П. ВИРЧЕНКО, В.А. ЧЕНЦОВА YU.P. VIRCHENKO, V.A. CHENTSOVA

**ЭТАЛОННОЕ РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ СКАДРАТИЧНЫМ МАССОВЫМ ЧЛЕНОМ**

**TEMPLATE SOLUTION OF NONLINEAR HEAT EQUATION WITH QUADRATIC MASS TERM**

*Изучается эталонное решение нелинейного уравнения теплопроводности с квадратичным массовым членом, который приводит к наличию обострения эволюционного режима. Это решение может представлять аппроксимацию общего решения этого уравнения с начальными данными, локализованными на компактном носителе.*

*Ключевые слова: аппроксимация, время обострения, компактный носитель, нелинейная теплопроводность, обострение режима, фундаментальная длина.*

*A template solution of a nonlinear heat equation with a quadratic mass term is studied, which leads to the presence of the blow up of the evolution regime. This solution may represent an approximation of the general solution of this equation when initial data are localized on a compact support. Key words: approximation, blow up time, compact support, nonlinear thermal conductivity, blow up regime, fundamental length.*

Рассмотрим нелинейное одномерное уравнение теплопроводности

,

которое описывает распространение тепла в среде с существенно зависящим от температуры *u* коэффициентом теплопроводности. Добавим самосогласованный источник тепла, квадратично зависящий от температуры,

. (1)

Известно, что решения этого уравнения обладают т.н. *обострением режима*. Это его свойство используется для описания развития всякого рода катастрофических явлений в среде. В частности, оно примелось одним из авторов к описанию т.н. *теплового пробоя* тонких полупроводниковых пленок [1], [2]. Представляет интерес построение аппроксимаций решений уравнения (1) в случае, когда начальные данные локализованы на достаточно малом компактном носителе, воспользовавшись тем, что изучаемые решения нужно будет строить, используя факт обострения режима, на ограниченном интервале времени. При этом важно строить аппроксимации, давая для них гарантированные оценки точности, использовав при этом принцип максимума для параболического уравнения (1). При получении такого рода гарантированных оценок точности важно иметь точные явные решения, которые мы называем *эталонными*. В сообщении исследуется одно из возможных эталонных решений.

Рассмотрим функцию

, (2)

с произвольным волновым вектором *k* и подберем его таким образом, чтобы (2) представляло эталонное решение. Простые вычисления

(

дают нам следующее условие

Откуда видно, что в случае , /2, допустим гармонический баланс. Это приводит к следующей автономной системе обыкновенных дифференциальных уравнений на плоскости коэффициентов (*a, b*)

(3)

Нас будет интересовать случай, когда b > |a|> 0.

Заметим, что в случае имеют место неравенства

.

Это показывает, что решения, наверняка, обладают обострением режима. Покажем, что такое положение имеет при любом знаке и попытаемся определить более точно время обострения.

Используя автономность системы (3), делением, сводим ее к дифференциальному уравнению для траекторий на плоскости

(4)

Это уравнение, очевидным образом является однородным, и поэтому допускает определение первого интеграла. Полагая , 1 > |*f*| > 0, находим

, ,

В результате,

.

Интегрируя это уравнение разделением переменных, получаем при

3/2 ,

где Зависимость от времени амплитуды *a*(*t*) определяется интегрированием выражения

Отсюда видно, что коэффициенты *a*(*t*) и *b*(*t*) стремятся к бесконечности одновременно, и поэтому обладают одним и тем же временем обострения. Тогда время обострения *t\** вычисляется явно из условия обращения *b*(*t*\*) в бесконечность.

,

При этом само эталонное решение *u*(*x*, *t*) сосредоточено на периоде , который можно назвать фундаментальной длиной этого решения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Virchenko Yu.P., Vodyanitskii A.A. Semiconductors materials heat breakdown under action of the penetrating electromagnetic radiation. II. One-dimensional model analysis // Functional Materials. – 1996. – 1996.‘– 3;3. – P.312-319.

2. Andreyeva N.V., Virchenko Yu.P. Stabilization of the thermal breakdown development in semiconductor films // Problems of Atomic Science and Technology. Series Nuclear Physics Investigations. – 2004. – 5. – P.126-128.

**Вирченко Юрий Петрович**

Белгородский государственный университет, г.Белгород

д.ф.-м. н., профессор кафедры «Теоретическая и математическая физика»

e-mail: [virch@bsu.edu.ru](mailto:virch@bsu.edu.ru)

**Ченцова Виктория Викторовна**

Белгородский государственный университет, г. Белгород

аспирант кафедры «Теоретическая и математическая физика»